

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
3.	Направленность (профиль)	Управление данными и машинное обучение
4.	Дисциплина (модуль)	К.М.01.04 Численные методы
5.	Форма обучения	Очная
6.	Год набора	2021

### **I. Методические рекомендации**

#### **1.1 Методические рекомендации по организации работы студентов во время проведения лекционных занятий**

В ходе лекционных занятий студенту необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание изучаемой дисциплины, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Рекомендуется активно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

#### **1.2 Методические рекомендации по подготовке к лабораторным занятиям**

В ходе подготовки к лабораторным занятиям следует изучить основную и дополнительную литературу, учесть рекомендации преподавателя и требования рабочей программы.

Следует продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с реальной практикой. Можно дополнить список рекомендованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы.

#### **1.3 Методические рекомендации по подготовке лекций-дискуссий и лабораторных работ методом обсуждения в малых группах.**

**Лекция-дискуссия.** Между изложением логических разделов лекции педагог организует беглый обмен мнениями. Участники дискуссии могут высказывать свое мнение с места, не вставая. Лекция строится таким образом, чтобы обусловить появление вопросов в сознании студента. Учебный материал представляется в форме учебной проблемы, которая имеет логическую форму познавательной задачи, фиксирующей некоторое противоречие в ее условиях.

Дискуссия, как правило, должна завершаться вопросом, который это противоречие объективирует. Неизвестным является ответ на вопрос, разрешающий противоречие, которое студент переживает как *интеллектуальное затруднение*. Проблемная ситуация возникает после обнаружения противоречий в исходных данных учебной проблемы. Особым классом учебных проблем, содержащих в себе противоречие, являются такие, которые в истории науки имели статус научных проблем и получили свое разрешение в трудах ученых, в производственной и социальной практике.

**Метод обсуждения в малых группах.** При выполнении лабораторной работы аудитория разбивается на несколько малых групп. Участники каждой группы совместно обсуждают и частично выполняют варианты задания, которые у каждого студента индивидуальны. Преподаватель играет роль консультанта, помогая при необходимости студентам. При этом он следит, чтобы:

- каждый студент участвовал в работе;
- не было доминирования одного человека;
- участники выслушивали друг друга, даже если они не согласны с тем, что говорят другие;

#### **1.4 Методические рекомендации по подготовке к сдаче зачета**

Зачет рекомендуется проводить в устной форме, например, в форме коллоквиума. При подготовке к зачету студенту следует обратить особое внимание на обоснование тех методов, которые ему необходимо

рассказать в ответе.

Студентам при подготовке к зачету следует повторить алгоритмы решения задач по темам курса. При этом обратить внимание на обоснование методов, на логическую взаимосвязь используемых понятий и приемов.

## II. Планы лабораторным занятиям

### Лабораторная работа № 1. Решение нелинейных уравнений. Метод половинного деления.

Задание:

- 1) Отделить корни уравнения графически и программно.
- 2) Уточнить корни (все!) уравнения методом половинного деления с точностью  $\varepsilon = 0,0001$ , указать число разбиений отрезка.

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$x^4 - 18x^2 + 6 = 0$	16	$2x - \lg(x) - 3 = 0$
2	$2e^x + 3x + 1 = 0$	17	$\lg(x) - \frac{4}{2x+1} = 0$
3	$x^2 - 3 + 0,5^x = 0$	18	$5x + \lg(x) = 3$
4	$5 \sin(x) = x - 1$	19	$x^3 - 3x^2 + x - 2 = 0$
5	$\cos(x + 0,3) = x^2$	20	$x^3 - 2x^2 + 2x - 3 = 0$
6	$x^4 - x - 1 = 0$	21	$2e^x + 5x + 1 = 0$
7	$x^2 - 20 \sin(x) = 0$	22	$3 \sin(x) = x - 2$
8	$2 \cdot \lg(x) - \frac{x}{2} + 1 = 0$	23	$\cos(x - 0,5) = x^2$
9	$2x^2 - 0,5^x - 3 = 0$	24	$x^4 + 2x^2 - x - 1 = 0$
10	$2^x - 3x - 2 = 0$	25	$3x^2 - 2 \sin(x) = 0$
11	$\operatorname{ctg}(x) - \frac{x}{3} = 0$	26	$2 \cdot \lg(x) - \frac{x}{3} + 1,5 = 0$
12	$x^3 - 2x + 4 = 0$	27	$3x^2 - 0,5^x - 1 = 0$
13	$x^2 + 4 \sin(x) = 0$	28	$2^x - x - 4 = 0$
14	$x^3 - 6x - 7 = 0$	29	$\operatorname{ctg}(x + 0,5) - \frac{x}{3} = 0$
15	$4x - \cos(x) - 1 = 0$	30	$x^3 + x^2 - 2x + 3 = 0$

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 2. Решение нелинейных уравнений. Метод хорд.

Задание:

- 1) Отделить корни уравнения графически и программно.
- 2) Уточнить корни уравнения методом хорд с точностью  $\varepsilon = 0,0001$ .
- 3) Нарисовать схему применения метода к каждому корню уравнения.

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$2e^x - 5x^2 - 1,1 = 0$	16	$x^2 + 5 \sin(3x + 1) = 0$
2	$e^{x^2} + 2x - 7 = 0$	17	$(x-1)^{3/2} - (x-1)^2 = 0,03$
3	$x^3 - x - 0,2 = 0$	18	$3x^2 + \cos(x - \pi/5) - 1 = 0$
4	$x^3 - 4x^2 + x + 2,5 = 0$	19	$(x-1)^3 + 2 \ln x-2  = 0,2$
5	$x^3 - 3x^2 + x + 3 = 0$	20	$\operatorname{tg}(0,2x + 0,5) + 0,51 = x^3$
6	$x^2 - 2 \sin(x-1) - 2 = 0$	21	$x^3 - 4x^2 + 2 x  - 1 = 0$

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
7	$x^3 - 1.2x + 1 = 0$	22	$(x-3)^2 - 2\lg(x^2 - 3) = 1$
8	$x^2 - 2\sin(2x) - 0.5 = 0$	23	$x^4 + 2x^2 - e^{2x-1} = 0$
9	$x^2 + \lg(x) = 1,25$	24	$e^{x^2} - 5\sin(x) = 0$
10	$\operatorname{ctg}(0,5x - 0,2) = x^2 - 5$	25	$4 \cdot \ln(x) - \frac{x^2}{3} + 1 = 0$
11	$x^3 - 5x^2 + 5x - 1 = 0$	26	$2x^2 - 2^x - 3\sin(x) = 0$
12	$2(x-1) - \exp(x^2 - 2) = 1$	27	$2^x - 3x^2 + 2 = 0$
13	$\lg(x-2) + \frac{3}{2x+7} = 0$	28	$\cos(x-1) - \frac{x^2}{3} = 0$
14	$5x^2 - 2 \cdot \lg( x  + 0.5) = 2$	29	$5x^2 + 2x - \frac{x}{e^x + 1} = 0$
15	$x^3 - 3x^2 + 4 \cdot \sin(x) = -1$	30	$x^3 + 0,1 - \operatorname{tg}(x) = 0$

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 3. Решение нелинейных уравнений. Метод касательных.

Задание:

- 1) Отделить корни уравнения графически и программно.
- 2) Уточнить корни уравнения методом касательных с точностью  $\varepsilon = 0,0001$ .
- 3) Нарисовать схему применения метода к каждому корню уравнения.

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$1,5e^x - 3 = \lg(x)$	16	$\operatorname{tg}(0,2x + 0,5) + 0.51 = x^3$
2	$x^3 - 4x^2 = \sin(0.9x + 0.1)$	17	$x^3 - 4x^2 + 2 x  - 1 = 0$
3	$x^3 - 2x^2 + 1 = 0$	18	$(x-3)^2 - 2\lg(x^2 - 3) = 1$
4	$2x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$	19	$x^2 - 2\sin(x-1) - 2 = 0$
5	$x^3 - \cos(2x-1) = 0$	20	$x^3 - 1.2x + 1 = 0$
6	$3x^2 - 2e^{\cos(x-0.2)} = 0$	21	$x^2 - 2\sin(2x) - 0.5 = 0$
7	$x^3 + 2x^2 - e^{2x-1} = 0$	22	$x^2 + \lg(x) = 1,25$
8	$x^3 + 2x^2 - \sin(3x+1) = 0$	23	$\operatorname{ctg}(0,5x - 0,2) = x^2 - 5$
9	$\ln(x) - \frac{1}{5x+2} = 0$	24	$x^3 - 5x^2 + 5x - 1 = 0$
10	$e^{x^2} + 2x - 7 = 0$	25	$2x - \exp(x^2 - 2) = -1$
11	$x^3 - x - 0.2 = 0$	26	$\lg(x-2) + \frac{3}{2x+7} = 0$
12	$x^3 - 4x^2 + x + 2.5 = 0$	27	$x^4 + 2x^2 - e^{2x-1} = 0$
13	$x^3 - 3x^2 + x + 3 = 0$	28	$e^{x^2} - 5\sin(x) = 0$
14	$x^3 + 0,1 - \operatorname{tg}(x) = 0$	29	$4 \cdot \ln(x) - \frac{x^2}{3} + 1 = 0$
15	$x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0$	30	$2x^2 - 2^x - 3\sin(x) = 0$

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 4. Решение нелинейных уравнений. Комбинированный метод хорд и касательных.

Задание:

- 1) Отделить корни уравнения графически и программно.

- 2) Уточнить корни уравнения данным методом с точностью  $\varepsilon = 0,0001$ .
- 3) Нарисовать схему применения метода к каждому корню уравнения.

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$x^3 + 4x^2 - 1,5 = 0$	16	$x^3 - 3x^2 + x + 3 = 0$
2	$x^2 - 2 + 2 \sin(x) = 0$	17	$x^3 + 0,1 - \operatorname{tg}(x) = 0$
3	$x^3 - 2x^2 - 7 = 0$	18	$x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0$
4	$x^3 - 6 \cos(x) + 5 = 0$	19	$(x-1)^3 \cos(x) + 1 = 14x^2$
5	$\sin(x) + 1,2 \cdot \lg(x) = 0$	20	$x^2 - 2 \cdot \ln(x) = 2,5$
6	$\operatorname{tg}(0,2x + 0,3) = x^2 - 2$	21	$\cos(2x - 1) = x^3 - 2x - 1$
7	$x^3 - 5x^2 + x = 3,2$	22	$x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$
8	$3(x-2)^2 - 3 \cdot \lg(x) - 2 = 0$	23	$3 x  - 3 \cdot \ln(x+2) - 4 = 0$
9	$x^4 + 2x^2 - e^{2x-1} = 0$	24	$3 \cdot \lg(x+2) - \frac{4x}{2x^2+3} = 1$
10	$e^{x^2} - 5 \sin(x) = 0$	25	$2 \cdot \ln(x+1) - \frac{x^2}{2} + 1 = 0$
11	$4 \cdot \ln(x) - \frac{x^2}{3} + 1 = 0$	26	$2x^4 - 0,5^x - 1 = 0$
12	$2x^2 - 2^x - 3 \sin(x) = 0$	27	$2^x + x^2 - 2 = 0$
13	$2^x - 3x^2 + 2 = 0$	28	$3 \cos(x^{0,5} - 0,3) = \frac{3}{2x}$
14	$\cos(x-1) - \frac{x^2}{3} = 0$	29	$x^3 - 2 \cos(3x+1) + 2 = 0$
15	$0,19 * x + \sin(x) = \lg(x)$	30	$x^2 + 5 \sin(3x+1) = 0$

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 5. Решение системы линейных уравнений.

Задание:

- 1) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса;
- 2) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса-Жордана с выбором главного элемента;
- 3) Найти нормы вектора невязки этих решений и сравнить полученные результаты.

Вариант	Система уравнений	Вариант	Система уравнений
1	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -2; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -4; \\ -x_1 - x_2 - 2,3x_3 = 0,3; \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 4; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -1; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$	17	$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 2,5x_3 = -0,5; \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -6; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$	18	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3; \\ x_1 + 6x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

Вариант	Система уравнений	Вариант	Система уравнений
4	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 5; \\ x_1 + x_2 - 3,5x_3 = -0,5; \\ -3,2x_1 + 2x_2 - x_3 = -5,4. \end{cases}$	19	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -3; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 2; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$
5	$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 5; \\ x_1 + x_2 - 2,5x_3 = -1,5; \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 9. \end{cases}$	20	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -2; \\ -0,5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = -1; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -10; \\ -2x_1 + 6x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$	21	$\begin{cases} 1,5x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 3; \\ 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 7. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -3. \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$
8	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -4; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$	23	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 1,5x_3 = 0,5; \\ 3,2x_1 - 2x_2 - x_3 = -3,4. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 1,5x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -5; \\ 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$	24	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 6; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -1; \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$
10	$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 1,4x_3 = 0,7; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1,5; \\ 3,5x_1 - x_2 - 2x_3 = 5. \end{cases}$	25	$\begin{cases} -3x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = -3; \\ 2x_1 + 1,2x_2 - 4,3x_3 = -2,1; \\ -6x_1 + 3,3x_2 + 2x_3 = 2,3. \end{cases}$	26	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 4; \\ -2x_1 - 4x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$
12	$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1; \\ 3,1x_1 - x_2 - 2x_3 = 6,3. \end{cases}$	27	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 5; \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1; \\ 1,5x_1 - x_2 + 0,5x_3 = 0. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 0; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0,5. \end{cases}$	28	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0; \\ -1,4x_1 + 0,1x_2 + 2x_3 = 3,5; \\ 1,25x_1 + 0,3x_2 - 0,55x_3 = -1,5. \end{cases}$
14	$\begin{cases} 5x_1 - x_2 - 3x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 2; \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$	29	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -2; \\ 1,1x_1 + 0,3x_2 - 2x_3 = -1,2; \\ -1,75x_1 + 0,25x_2 + x_3 = -1. \end{cases}$
15	$\begin{cases} x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -5; \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$	30	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 4; \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 2; \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 6. Метод вращений.

#### Задание:

- 1) Решить систему линейных уравнений, в два этапа:
  - а) методом вращений привести к треугольному виду;
  - б) обратным ходом метода Гаусса найти решение.
- 2) Вычислить норму вектора невязки найденного решения. Системы брать из вариантов лабораторной 7.

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 7. Метод наискорейшего спуска и сопряженных направлений.

Задание:

Решить систему линейных уравнений, добиваясь, чтобы норма вектора невязки была не больше 0.0001:

а) методом наискорейшего спуска;

б) методом сопряженных градиентов.

Оценить количество понадобившихся итераций.

Системы брать из вариантов лабораторной 7.

Литература: [1., 2., 3.]

### Лабораторная работа № 8. Вычисление обратной матрицы.

Задание:

Найти обратную матрицу методом окаймления. Вычисления проводить с точностью не менее 4-х знаков после запятой.

Вариант	Матрица				Вариант	Матрица			
1	-13.6	-1.1	-4.4	3.5	16	-15.6	11.5	-11.7	18.2
	6.3	0.9	5.8	-0.5		10.7	-7.1	13.2	-12.8
	-8.6	2.3	-7.5	3.8		0.4	6.8	-3.4	5.0
	-16.3	7.7	-11.2	1.5		-14.2	15.8	-14.0	15.9
2	-7.0	-8.7	1.7	0.9	17	-4.5	-8.4	3.6	3.5
	7.4	3.7	3.8	-3.0		0.1	-8.8	0.5	2.6
	4.4	4.1	0.5	-0.8		0.6	5.2	-1.6	1.0
	-4.2	-2.9	-1.0	1.7		-0.9	-6.8	-1.9	-5.3
3	-1.2	13.1	15.0	7.6	18	9.9	-1.2	7.6	-14.1
	13.1	-38.9	-58.8	-21.9		41.5	16.8	33.2	-54.5
	-1.9	2.7	0.5	1.6		-203.3	-82.5	-139.4	224.0
	-13.8	42.1	59.4	23.6		-119.4	-50.4	-78.8	124.3
4	1.7	2.9	-4.1	2.1	19	5.8	-1.7	4.8	-4.5
	7.2	0.9	4.0	5.1		-2.4	-7.7	4.8	1.6
	2.2	-7.2	4.7	2.8		2.9	2.7	4.3	2.1
	4.8	5.3	-6.5	-3.9		-1.7	-3.8	2.1	4.7
5	7.9	3.4	6.0	-4.1	20	4.5	3.3	-0.0	2.0
	3.9	-2.1	-6.8	-3.0		-0.5	-2.4	2.2	2.8
	0.1	-2.7	2.2	2.6		3.9	16.8	2.6	4.4
	-1.7	-1.1	2.6	-2.8		-5.3	-6.3	-4.3	-7.2
6	-9.5	3.7	12.5	-0.9	21	-1.5	6.6	1.3	-0.3
	-1.4	2.3	-3.3	3.5		2.7	-3.0	0.6	-2.7
	-8.0	13.4	25.0	-21.4		2.4	3.5	-5.1	0.0
	0.2	8.8	10.2	-4.4		-5.8	-4.6	-0.7	0.4
7	2.1	-3.0	3.0	5.6	22	-6.4	0.7	-0.6	-4.2
	-6.7	-4.0	1.5	-3.3		-1.6	-5.6	1.0	-0.6
	-0.2	0.4	-2.1	-6.1		0.6	-1.3	-6.8	4.3
	4.3	1.8	-8.6	1.7		1.6	3.6	4.7	-6.3
8	3.5	-1.9	0.2	0.6	23	0.6	5.9	6.4	3.0
	4.2	-0.5	5.8	-3.8		4.6	0.5	-1.5	4.8
	-1.1	-4.4	-9.1	5.8		4.8	-4.3	2.8	0.7
	1.3	1.7	1.3	-3.3		3.6	-3.0	-1.2	8.6
9	-0.4	2.0	-4.6	1.8	24	-1.6	-2.4	1.4	-2.1
	-2.8	2.0	-4.8	-3.1		-6.2	-0.8	-6.0	2.5
	-2.4	-0.5	-0.6	-2.0		4.7	-6.7	-2.5	-2.8
	-1.3	-5.6	1.2	1.4		-1.8	1.4	-5.5	-6.5
10	7.6	3.1	-0.6	-3.2	25	2.9	2.1	7.9	-4.9
	-1.0	5.0	0.8	3.6		8.1	-2.2	-5.3	-7.7
	-4.2	5.7	-6.8	2.6		5.0	2.8	2.3	9.4
	17.8	-14.3	27.4	-13.4		-6.3	1.4	-2.9	-3.1
11	-4.6	-1.3	1.0	3.7	26	-1.0	-10.3	0.4	-5.9
	12.1	-4.9	-6.2	5.8		-3.4	6.5	2.7	9.3
	-9.2	3.2	-1.9	-6.5		-9.6	-9.9	6.5	-18.7
	-10.8	14.1	4.6	-3.2		-2.4	2.7	4.5	-3.2
12	-1.0	-3.3	-0.8	-4.4	27	-4.3	2.6	-0.2	0.9
	-0.6	1.9	-2.9	-3.6		1.6	-9.5	-1.0	2.8
	-0.5	3.3	-0.9	2.1		-3.8	0.3	-5.1	-4.5
	-7.2	-0.7	-2.4	2.0		-0.5	-0.3	0.3	-5.8
13	-0.9	-1.6	-2.1	-5.4	28	1.1	1.3	3.9	-1.6
	-11.1	0.2	3.6	8.1		3.7	5.3	-2.5	2.2
	11.7	1.7	-2.4	-7.4		-1.8	5.1	6.2	-2.2
	12.7	10.8	-6.3	-2.7		-0.7	2.7	3.9	-0.4
14	-0.6	-3.1	4.2	6.8	29	-4.6	-0.4	0.9	4.0
	0.3	-7.0	-5.7	-3.6		3.8	-1.1	0.6	-0.4
	-5.1	2.9	-3.1	-2.6		-0.6	-2.5	-4.9	0.8
	-2.4	1.4	5.4	-7.5		6.6	-5.1	-2.7	3.9
15	4.1	-4.3	-1.0	-1.5	30	7.9	-0.5	2.2	-6.6
	-1.5	3.9	-1.0	-0.7		-6.9	-12.9	-19.6	-13.5
	-5.7	-0.5	-3.9	0.6		0.3	1.0	-2.8	1.2

Вариант	Матрица			
	1.7	0.2	3.1	4.9

Вариант	Матрица			
	-2.3	1.3	-0.6	0.5

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 9. Собственные числа симметрической матрицы.

Задание:

- 1) С помощью алгоритма Якоби найти собственные числа матрицы.
- 2) Оценить точность результата и число понадобившихся итераций.

Вариант	Матрица			
1	-3.9	0.6	-2.8	0.9
	0.6	-5.3	-1.9	-2.0
	-2.8	-1.9	1.4	-2.1
	0.9	-2.0	-2.1	-3.6
2	0.4	0.3	-5.5	1.2
	0.3	-6.4	-2.2	0.0
	-5.5	-2.2	2.6	-4.2
	1.2	0.0	-4.2	-5.1
3	1.6	5.4	-1.9	-0.3
	5.4	-1.2	1.7	-6.2
	-1.9	1.7	4.8	-2.6
	-0.3	-6.2	-2.6	-1.2
4	-2.4	-4.1	-0.6	-1.8
	-4.1	-3.0	-0.3	-1.6
	-0.6	-0.3	-7.4	0.2
	-1.8	-1.6	0.2	-2.3
5	-3.6	-0.7	-3.8	1.4
	-0.7	-1.8	-0.7	0.1
	-3.8	-0.7	-3.8	-2.0
	1.4	0.1	-2.0	1.7
6	-6.2	0.1	0.2	-0.1
	0.1	-6.6	-0.6	0.3
	0.2	-0.6	-7.3	0.5
	-0.1	0.3	0.5	-6.4
7	-5.0	-0.9	0.1	5.5
	-0.9	-0.5	-6.2	2.2
	0.1	-6.2	-2.8	-2.4
	5.5	2.2	-2.4	4.2
8	-5.9	0.7	-1.6	-1.4
	0.7	-5.5	2.3	2.6
	-1.6	2.3	1.1	-2.1
	-1.4	2.6	-2.1	1.0
9	2.4	0.6	-0.1	0.0
	0.6	3.4	-0.6	-0.9
	-0.1	-0.6	2.7	0.6
	0.0	-0.9	0.6	2.2
10	0.8	-0.9	-3.1	6.9
	-0.9	-9.2	2.0	1.1
	-3.1	2.0	-1.2	2.3
	6.9	1.1	2.3	-1.7
11	1.3	-0.0	0.2	-0.1
	-0.0	1.0	-0.1	-0.9
	0.2	-0.1	-1.7	0.0
	-0.1	-0.9	0.0	-1.4
12	4.8	-2.2	-0.4	-1.7
	-2.2	-2.0	-1.9	2.3
	-0.4	-1.9	4.1	7.2
	-1.7	2.3	7.2	-0.7
13	-3.2	-2.1	-5.7	2.1
	-2.1	4.1	-2.1	0.6
	-5.7	-2.1	-1.6	-0.5
	2.1	0.6	-0.5	2.0
14	-5.2	2.7	-2.4	1.2
	2.7	-2.5	1.6	-3.6
	-2.4	1.6	-5.5	-2.0
	1.2	-3.6	-2.0	-5.7
15	6.0	-0.6	3.2	1.7
	-0.6	0.0	-1.8	-2.2
	3.2	-1.8	5.2	0.7
	1.7	-2.2	0.7	2.2

Вариант	Матрица			
16	-3.2	-0.6	1.1	-2.7
	-0.6	0.4	0.6	-0.1
	1.1	0.6	-4.7	-1.4
	-2.7	-0.1	-1.4	-2.4
17	-1.2	-0.2	-1.2	-4.8
	-0.2	-2.9	-1.6	0.9
	-1.2	-1.6	2.1	-1.6
	-4.8	0.9	-1.6	-1.2
18	-8.4	-0.0	0.8	-0.5
	-0.0	-6.1	0.9	-0.1
	0.8	0.9	-8.5	0.3
	-0.5	-0.1	0.3	-5.9
19	0.8	0.6	3.9	-7.1
	0.6	4.8	-5.9	-3.3
	3.9	-5.9	0.1	1.1
	-7.1	-3.3	1.1	-0.3
20	1.8	1.0	-2.3	4.2
	1.0	-2.5	-0.1	2.2
	-2.3	-0.1	-2.5	-3.4
	4.2	2.2	-3.4	-0.8
21	-6.2	1.1	3.1	4.0
	1.1	-7.7	1.7	2.2
	3.1	1.7	-3.7	6.0
	4.0	2.2	6.0	-0.6
22	-5.0	1.7	-2.3	2.1
	1.7	-7.4	2.1	-1.1
	-2.3	2.1	-1.4	1.1
	2.1	-1.1	1.1	-1.1
23	1.2	-1.7	0.8	-1.0
	-1.7	-1.4	1.9	0.6
	0.8	1.9	1.5	-0.1
	-1.0	0.6	-0.1	-2.7
24	-5.1	-4.6	2.2	3.0
	-4.6	-1.1	0.4	0.4
	2.2	0.4	-0.7	-1.8
	3.0	0.4	-1.8	-2.0
25	0.9	1.1	1.2	-1.7
	1.1	0.7	1.0	1.3
	1.2	1.0	3.8	-1.0
	-1.7	1.3	-1.0	4.0
26	0.9	-0.4	-1.2	-1.7
	-0.4	-1.8	-2.4	1.4
	-1.2	-2.4	-0.8	-1.1
	-1.7	1.4	-1.1	-2.7
27	-2.4	0.4	1.0	-1.4
	0.4	2.8	-2.7	-1.5
	1.0	-2.7	-2.1	3.0
	-1.4	-1.5	3.0	-4.7
28	-6.0	2.4	-2.5	-1.8
	2.4	-2.9	2.1	-0.9
	-2.5	2.1	-3.5	-1.2
	-1.8	-0.9	-1.2	-0.5
29	-1.1	1.9	-3.4	4.9
	1.9	3.9	4.2	1.9
	-3.4	4.2	-1.0	-3.1
	4.9	1.9	-3.1	-1.7
30	-1.2	-0.4	-0.8	-2.7
	-0.4	7.4	0.4	-2.5
	-0.8	0.4	7.1	2.8
	-2.7	-2.5	2.8	-8.0

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 10. Собственные числа матрицы.

Задание:

- 1) С помощью QR-алгоритма найти собственные числа матрицы.

2) Оценить точность результата и число понадобившихся итераций.

Вариант	Матрица				Вариант	Матрица			
1	-13.6	-1.1	-4.4	3.5	16	-15.6	11.5	-11.7	18.2
	6.3	0.9	5.8	-0.5		10.7	-7.1	13.2	-12.8
	-8.6	2.3	-7.5	3.8		0.4	6.8	-3.4	5.0
	-16.3	7.7	-11.2	1.5		-14.2	15.8	-14.0	15.9
2	-7.0	-8.7	1.7	0.9	17	-4.5	-8.4	3.6	3.5
	7.4	3.7	3.8	-3.0		0.1	-8.8	0.5	2.6
	4.4	4.1	0.5	-0.8		0.6	5.2	-1.6	1.0
	-4.2	-2.9	-1.0	1.7		-0.9	-6.8	-1.9	-5.3
3	-1.2	13.1	15.0	7.6	18	9.9	-1.2	7.6	-14.1
	13.1	-38.9	-58.8	-21.9		41.5	16.8	33.2	-54.5
	-1.9	2.7	0.5	1.6		-203.3	-82.5	-139.4	224.0
	-13.8	42.1	59.4	23.6		-119.4	-50.4	-78.8	124.3
4	1.7	2.9	-4.1	2.1	19	5.8	-1.7	4.8	-4.5
	7.2	0.9	4.0	5.1		-2.4	-7.7	4.8	1.6
	2.2	-7.2	4.7	2.8		2.9	2.7	4.3	2.1
	4.8	5.3	-6.5	-3.9		-1.7	-3.8	2.1	4.7
5	7.9	3.4	6.0	-4.1	20	4.5	3.3	-0.0	2.0
	3.9	-2.1	-6.8	-3.0		-0.5	-2.4	2.2	2.8
	0.1	-2.7	2.2	2.6		3.9	16.8	2.6	4.4
	-1.7	-1.1	2.6	-2.8		-5.3	-6.3	-4.3	-7.2
6	-9.5	3.7	12.5	-0.9	21	-1.5	6.6	1.3	-0.3
	-1.4	2.3	-3.3	3.5		2.7	-3.0	0.6	-2.7
	-8.0	13.4	25.0	-21.4		2.4	3.5	-5.1	0.0
	0.2	8.8	10.2	-4.4		-5.8	-4.6	-0.7	0.4
7	2.1	-3.0	3.0	5.6	22	-6.4	0.7	-0.6	-4.2
	-6.7	-4.0	1.5	-3.3		-1.6	-5.6	1.0	-0.6
	-0.2	0.4	-2.1	-6.1		0.6	-1.3	-6.8	4.3
	4.3	1.8	-8.6	1.7		1.6	3.6	4.7	-6.3
8	3.5	-1.9	0.2	0.6	23	0.6	5.9	6.4	3.0
	4.2	-0.5	5.8	-3.8		4.6	0.5	-1.5	4.8
	-1.1	-4.4	-9.1	5.8		4.8	-4.3	2.8	0.7
	1.3	1.7	1.3	-3.3		3.6	-3.0	-1.2	8.6
9	-0.4	2.0	-4.6	1.8	24	-1.6	-2.4	1.4	-2.1
	-2.8	2.0	-4.8	-3.1		-6.2	-0.8	-6.0	2.5
	-2.4	-0.5	-0.6	-2.0		4.7	-6.7	-2.5	-2.8
	-1.3	-5.6	1.2	1.4		-1.8	1.4	-5.5	-6.5
10	7.6	3.1	-0.6	-3.2	25	2.9	2.1	7.9	-4.9
	-1.0	5.0	0.8	3.6		8.1	-2.2	-5.3	-7.7
	-4.2	5.7	-6.8	2.6		5.0	2.8	2.3	9.4
	17.8	-14.3	27.4	-13.4		-6.3	1.4	-2.9	-3.1
11	-4.6	-1.3	1.0	3.7	26	-1.0	-10.3	0.4	-5.9
	12.1	-4.9	-6.2	5.8		-3.4	6.5	2.7	9.3
	-9.2	3.2	-1.9	-6.5		-9.6	-9.9	6.5	-18.7
	-10.8	14.1	4.6	-3.2		-2.4	2.7	4.5	-3.2
12	-1.0	-3.3	-0.8	-4.4	27	-4.3	2.6	-0.2	0.9
	-0.6	1.9	-2.9	-3.6		1.6	-9.5	-1.0	2.8
	-0.5	3.3	-0.9	2.1		-3.8	0.3	-5.1	-4.5
	-7.2	-0.7	-2.4	2.0		-0.5	-0.3	0.3	-5.8
13	-0.9	-1.6	-2.1	-5.4	28	1.1	1.3	3.9	-1.6
	-11.1	0.2	3.6	8.1		3.7	5.3	-2.5	2.2
	11.7	1.7	-2.4	-7.4		-1.8	5.1	6.2	-2.2
	12.7	10.8	-6.3	-2.7		-0.7	2.7	3.9	-0.4
14	-0.6	-3.1	4.2	6.8	29	-4.6	-0.4	0.9	4.0
	0.3	-7.0	-5.7	-3.6		3.8	-1.1	0.6	-0.4
	-5.1	2.9	-3.1	-2.6		-0.6	-2.5	-4.9	0.8
	-2.4	1.4	5.4	-7.5		6.6	-5.1	-2.7	3.9
15	4.1	-4.3	-1.0	-1.5	30	7.9	-0.5	2.2	-6.6
	-1.5	3.9	-1.0	-0.7		-6.9	-12.9	-19.6	-13.5
	-5.7	-0.5	-3.9	0.6		0.3	1.0	-2.8	1.2
	1.7	0.2	3.1	4.9		-2.3	1.3	-0.6	0.5

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 11. Кубические сплайны.

Задание:

- 1) Найти приближенное значение функции при заданном значении аргумента  $\xi$  с помощью приближения ее на заданных промежутках кубическим сплайном. Функция задана в не равноотстоящих узлах;  $y_i = f(x_i)$ ,  $i = \overline{0,6}$ ,  $y_\xi = f(\xi)$ ,  $y_\xi - ?$
- 2) Оценить погрешность полученного значения.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1,0000	6,0100	0,2955	0,8253	0,9553	0,1011	3,6788	0,9689	0,9044	0,1011	3,6788



	1,1000	6,9066	0,4259	0,8162	0,9460	0,1076	3,6616	1,0587	0,9513	0,1183	4,0277
	1,2320	8,3884	0,6095	0,8110	0,9325	0,1154	3,5938	1,1740	0,9900	0,1421	4,4276
$x_i$	1,4796	12,1761	0,9142	0,8231	0,9031	0,1279	3,3694	1,3796	0,9813	0,1893	4,9855
	1,9383	23,2239	0,6753	0,9067	0,8356	0,1453	2,7901	1,7152	0,6555	0,2816	5,4082
	1,9577	23,8200	0,6283	0,9112	0,8324	0,1459	2,7639	1,7279	0,6332	0,2856	5,4110
	2,0380	26,4092	0,4031	0,9299	0,8189	0,1483	2,6553	1,7791	0,5343	0,3021	5,4115
$\xi$	1,3										

	Вариант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	1,8545	20,7751	0,7277	0,8875	0,8492	0,1426	2,9028	1,6588	0,9243	0,2644	3,2300
	1,5022	12,5914	0,9769	0,8256	0,9002	0,1289	3,3445	1,3975	0,7538	0,1937	3,0144
	1,1732	7,6850	0,6229	0,8123	0,9387	0,1120	3,6296	1,1231	0,7000	0,1314	2,5550
$x_i$	0,8330	4,9104	0,1928	0,8497	0,9689	0,0891	3,6214	0,8150	0,7411	0,0742	1,8099
	0,5589	4,0517	-0,0230	0,9073	0,9860	0,0656	3,1961	0,5535	0,8178	0,0367	1,0718
	0,3354	4,0715	-0,0886	0,9581	0,9949	0,0426	2,3981	0,3342	0,8918	0,0143	0,4825
	0,1948	4,3493	-0,0789	0,9839	0,9983	0,0260	1,6035	0,1946	0,9386	0,0051	0,1875
$\xi$	0,3										

	Вариант	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	0,2143	4,3002	-0,0826	0,9809	0,9979	0,0284	1,7298	0,2140	0,9548	0,0061	1,8888
	0,2572	4,2037	-0,0881	0,9735	0,9970	0,0335	1,9887	0,2567	0,9453	0,0086	1,8466
	0,3269	4,0830	-0,0892	0,9599	0,9952	0,0416	2,3574	0,3258	0,9297	0,0136	1,7688
$x_i$	0,4282	3,9946	-0,0735	0,9377	0,9918	0,0526	2,7906	0,4258	0,9071	0,0225	1,6415
	0,5657	4,0603	-0,0194	0,9057	0,9856	0,0663	3,2129	0,5600	0,8771	0,0375	1,4547
	0,7756	4,6388	0,1357	0,8603	0,9731	0,0845	3,5710	0,7610	0,8366	0,0656	1,1691
	1,0935	6,8430	0,5139	0,8167	0,9467	0,1072	3,6637	1,0529	0,8014	0,1172	0,7981
$\xi$	0,25										

Литература: [1, 2, 3].

### Лабораторная работа № 12. Интерполирование функции. Полином Лагранжа.

**Задание:**

- 1) Найти приближенное значение функции при заданном значении аргумента  $\xi$  с помощью интерполяционного полинома Лагранжа, если функция задана в не равноотстоящих узлах;  
 $y_i = f(x_i)$ ,  $i = \overline{0,6}$ ;  $y_\xi = f(\xi)$ ;  $y_\xi - ?$
- 2) Оценить погрешность полученного значения.

	Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1,0000	6,0100	0,2955	0,8253	0,9553	0,1011	3,6788	0,9689	0,9044	0,1011	3,6788
	1,1000	6,9066	0,4259	0,8162	0,9460	0,1076	3,6616	1,0587	0,9513	0,1183	4,0277
	1,2320	8,3884	0,6095	0,8110	0,9325	0,1154	3,5938	1,1740	0,9900	0,1421	4,4276
$x_i$	1,4796	12,1761	0,9142	0,8231	0,9031	0,1279	3,3694	1,3796	0,9813	0,1893	4,9855
	1,9383	23,2239	0,6753	0,9067	0,8356	0,1453	2,7901	1,7152	0,6555	0,2816	5,4082
	1,9577	23,8200	0,6283	0,9112	0,8324	0,1459	2,7639	1,7279	0,6332	0,2856	5,4110
	2,0380	26,4092	0,4031	0,9299	0,8189	0,1483	2,6553	1,7791	0,5343	0,3021	5,4115
$\xi$	1,3										

	Вариант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	1,8545	20,7751	0,7277	0,8875	0,8492	0,1426	2,9028	1,6588	0,9243	0,2644	3,2300
	1,5022	12,5914	0,9769	0,8256	0,9002	0,1289	3,3445	1,3975	0,7538	0,1937	3,0144
	1,1732	7,6850	0,6229	0,8123	0,9387	0,1120	3,6296	1,1231	0,7000	0,1314	2,5550
$x_i$	0,8330	4,9104	0,1928	0,8497	0,9689	0,0891	3,6214	0,8150	0,7411	0,0742	1,8099
	0,5589	4,0517	-0,0230	0,9073	0,9860	0,0656	3,1961	0,5535	0,8178	0,0367	1,0718
	0,3354	4,0715	-0,0886	0,9581	0,9949	0,0426	2,3981	0,3342	0,8918	0,0143	0,4825
	0,1948	4,3493	-0,0789	0,9839	0,9983	0,0260	1,6035	0,1946	0,9386	0,0051	0,1875

$\xi$	0,3										
-------	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	Вариант	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	0,2143	4,3002	-0,0826	0,9809	0,9979	0,0284	1,7298	0,2140	0,9548	0,0061	1,8888
	0,2572	4,2037	-0,0881	0,9735	0,9970	0,0335	1,9887	0,2567	0,9453	0,0086	1,8466
	0,3269	4,0830	-0,0892	0,9599	0,9952	0,0416	2,3574	0,3258	0,9297	0,0136	1,7688
$x_i$	0,4282	3,9946	-0,0735	0,9377	0,9918	0,0526	2,7906	0,4258	0,9071	0,0225	1,6415
	0,5657	4,0603	-0,0194	0,9057	0,9856	0,0663	3,2129	0,5600	0,8771	0,0375	1,4547
	0,7756	4,6388	0,1357	0,8603	0,9731	0,0845	3,5710	0,7610	0,8366	0,0656	1,1691
	1,0935	6,8430	0,5139	0,8167	0,9467	0,1072	3,6637	1,0529	0,8014	0,1172	0,7981
$\xi$	0,25										

Литература: [1, 2, 3].

**Лабораторная работа № 13. Интерполирование функции. Полиномы Ньютона.**

Задание:

- 1) Найти приближенное значение функции при заданном значении аргумента  $\xi$  с помощью соответствующего интерполяционного полинома Ньютона, если функция задана в равноотстоящих узлах;

$$y_i = f(x_i); x_i = x_0 + i \cdot h; h = const; i = \overline{0, 6};$$

$$y_\xi = f(\xi); y_\xi - ?;$$

- 2) Оценить погрешность полученного значения.

	Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	0,9950	0,9988	0,9512	0,3679	0,3679	0,4311	0,6664	1,7151	1,0806	6,8621
	1,15	1,1424	1,1481	1,0857	0,3064	0,2317	0,3044	0,4329	1,7834	1,0805	7,4816
	1,3	1,2890	1,2973	1,2182	0,2399	0,1419	0,2198	0,2406	1,8803	0,9042	8,0055
	1,45	1,4348	1,4462	1,3486	0,1771	0,0842	0,1635	0,0903	1,9696	0,5067	8,4128
$x_i$	1,6	1,5796	1,5949	1,4770	0,1237	0,0483	0,1263	-0,0178	1,9978	-0,1495	8,6805
	1,75	1,7233	1,7433	1,6034	0,0819	0,0267	0,1021	-0,0861	1,9035	-1,0918	8,7858
	1,9	1,8658	1,8914	1,7278	0,0514	0,0142	0,0872	-0,1185	1,6344	-2,3342	8,7075
$\xi$	=	1,23	1,47	1,52	1,16	1,23	1,47	1,52	1,48	1,18	1,25

	Вариант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	1	0,2955	0,8408	0,6694	0,7358	1,0000	1,1651	0,6670	1,7552	1,6829	2,9736
	1,13	0,3758	0,9499	0,5508	0,4936	1,0250	1,0929	0,4623	1,9088	2,3097	3,2084
	1,26	0,4650	1,0589	0,4532	0,3245	1,1013	1,0797	0,2885	2,0362	3,0231	3,4131
$x_i$	1,39	0,5630	1,1678	0,3729	0,2084	1,2371	1,1206	0,1459	2,1352	3,8012	3,5816
	1,52	0,6694	1,2767	0,3069	0,1306	1,4502	1,2181	0,0352	2,2035	4,6148	3,7078
	1,65	0,7838	1,3854	0,2525	0,0797	1,7713	1,3812	-0,0443	2,2392	5,4279	3,7850
	1,78	0,9060	1,4940	0,2078	0,0473	2,2520	1,6261	-0,0948	2,2407	6,1986	3,8070
$\xi$	=	1,23	1,47	1,35	1,16	1,20	1,47	1,60	1,48	1,18	1,25

	Вариант	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	0,8896	0,5414	0,7955	1,5576	1,1884	1,2693	0,1034	0,9483	1,6829	1,9093
	1,08	1,0936	0,5849	0,6732	1,3835	1,2362	1,2220	0,6080	0,8732	2,2220	1,6681
	1,16	1,3230	0,6284	0,5743	1,2316	1,3132	1,1956	1,0359	0,7750	2,8621	1,4193
$x_i$	1,24	1,5786	0,6720	0,4938	1,0982	1,4238	1,1863	1,3901	0,6556	3,6065	1,1620
	1,32	1,8609	0,7156	0,4276	0,9801	1,5749	1,1914	1,6745	0,5176	4,4560	0,8956
	1,4	2,1705	0,7593	0,3728	0,8752	1,7765	1,2083	1,8936	0,3640	5,4082	0,6197
	1,48	2,5077	0,8031	0,3272	0,7815	2,0432	1,2347	2,0529	0,1982	6,4569	0,3345
$\xi$	=	1,23	1,47	1,15	1,16	1,25	1,47	1,10	1,14	1,05	1,25

Литература: [1, 2, 3].

**Лабораторная работа № 14. Численное интегрирование.**

Задание: Состоит из двух пунктов (а и б).

- 1) Найти приближенное значение интеграла по формулам левых и правых прямоугольников с точностью  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
- 2) Найти приближенное значение интеграла по формуле средних прямоугольников с точностью  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
- 3) Найти приближенное значение интеграла по формуле трапеции с точностью  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
- 4) Найти приближенное значение интеграла по формуле Симпсона с точностью  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
- 5) Сравнить полученные результаты.

Интегралы для вычисления определяются исходя их номера варианта

(N - номер варианта или последние (одна или две) цифры зачетки студента).

Варианты	a)	b)
№1 - №10	$I = \int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos(0,07 \cdot N + 0,5 \cdot x)}{0,4 + \sqrt{x^2 + N}} dx$	$I = \int_{1,2}^{2,1} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + N}}$
№11 - №20	$I = \int_{0,1}^{1,7} \frac{\sin(0,02 \cdot N + 1,5 \cdot x)}{1,4 + \cos(1,2 \cdot N - 0,3 \cdot x)} dx$	$I = \int_{0,1}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{2 \cdot x^2 + 0,4 \cdot N}}$
№21 - №30	$I = \int_{0,15}^{1,3} \frac{(0,06 \cdot N + 2,5 \cdot x)^2}{1,1 + \sin(1,2 \cdot N - 0,3 \cdot x)} dx$	$I = \int_1^{3,5} \frac{\ln(0,6 \cdot N)}{\sqrt{x^2 + 0,3 \cdot N}} dx$

Литература: [1, 2, 3].

**Лабораторная работа № 15. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Задача Коши.**

Задание: Найти приближенные значения решения  $y = y(x)$  обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ)  $y'(x) = f(x)$  на отрезке  $x \in [a, b]$  с шагом  $h$  при начальном условии  $y(x_0) = y_0$  используя

- 1) метод Эйлера;
- 2) усовершенствованный метод ломаных;
- 3) метод Эйлера-Коши;
- 4) метод Эйлера с уточнением;
- 5) метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

Для тестовых примеров найти относительные погрешности и сравнить полученные результаты.

Построить графики точного и численного решений.

Оценить погрешность приближенного решения заданного уравнения в выбранной точке, построить график численного решения.

Вариант	$y'(x) = f(x)$	$[a, b]$	$h$	$y(x_0) = y_0$
1	$y' = \frac{x+y}{x}$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
2	$y' = \frac{1+x \cdot y}{x^2}$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
3	$x \cdot y' - y = x^2 \cdot \sin(x)$	$\left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 1\right]$	0,05	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
4	$x \cdot y' - y = \frac{x}{\ln(x)}$	$[e; e + 1,5]$	0,075	$y(e) = 0$
5	$x \cdot y' = y \cdot \ln(y)$	$[1; 3]$	0,1	$y(1) = e$
6	$x \cdot y' - y = x \cdot \sin\left(\frac{y}{x}\right)$	$[1; 2]$	0,1	$y(1) = \frac{\pi}{2}$
7	$x^2 \cdot y' = (x-1)y$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = e$

Вариант	$y'(x) = f(x)$	$[a, b]$	$h$	$y(x_0) = y_0$
8	$y' = \frac{1 + \ln(x)}{x} - \frac{y}{x}$	[1; 2]	0,05	$y(1) = 0$
9	$y' = \frac{x+y}{x}$	$[e; 2e]$	$\frac{e}{20}$	$y(e) = e$
10	$y' + 2xy = xe^{-x^2}$	[0; 1]	0,05	$y(0) = 0$
11	$y' + y \cdot \operatorname{tg}(x) = \sin(2x)$	[0; 1]	0,05	$y(0) = -1$
12	$x \cdot y' - y^2 \ln(x) + y = 0$	[1; 2]	0,05	$y(1) = 1$
13	$y' \sin(x) = y \ln(y)$	$\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$	$\frac{\pi}{30}$	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$
14	$y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$	[0; 2]	0,1	$y(0) = 1$
15	$y' - y \cdot \operatorname{tg}(x) = \sec(x)$	[0; 1,5]	0,1	$y(0) = 0$
16	$x \cdot y' - \frac{y}{x+1} = x$	[1; 2]	0,05	$y(1) = 0$
17	$y' - \frac{y}{1-x^2} = x+1$	[0; 1,5]	0,1	$y(0) = 1$
18	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}$	[0,6; 2]	0,07	$y(0,6) = 0,8$
19	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}$	[0,5; 2]	0,1	$y(0,5) = 0,6$
20	$y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$	[1,7; 2,7]	0,05	$y(1,7) = 5,3$
21	$y' = x + \cos \frac{y}{2,25}$	[1,4; 3]	0,1	$y(1,4) = 2,2$
22	$y' = x + \cos \frac{y}{e}$	[1,4; 3]	0,1	$y(1,4) = 2,5$
23	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}$	[0,8; 1,6]	0,05	$y(0,8) = 1,4$
24	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}$	[1,2; 2,2]	0,05	$y(0,6) = 0,8$
25	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}$	[2,1; 3,5]	0,075	$y(2,1) = 2,5$
26	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{5}}$	[1,8; 2,8]	0,05	$y(1,8) = 2,6$
27	$y' = x + \sin \frac{y}{3}$	[1,6; 3]	0,07	$y(1,6) = 4,6$
28	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$	[0,6; 1,7]	0,05	$y(0,6) = 0,8$
29	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}$	[0,5; 1,2]	0,05	$y(0,5) = 0,6$
30	$y' = x + \sin \frac{y}{\pi}$	[1,7; 3,2]	0,1	$y(1,7) = 5,3$

Литература: [1, 2, 3].